OSNOVE MODELIRANJA

➢Numerični model

- ➢ aproksimativno reševanje:
    - metoda robnih elementov (**MRE**):
        - metoda je zasnovana na integralski formulaciji problema
        - izhodiščna integralska enačba MRE je inverzna oblika integralske enačbe
        - ograjo obravnavanega območja problema razdelimo na podobmočja, imenovana robni element (**RE**)
        - v območju RE aproksimiramo neznane veličine

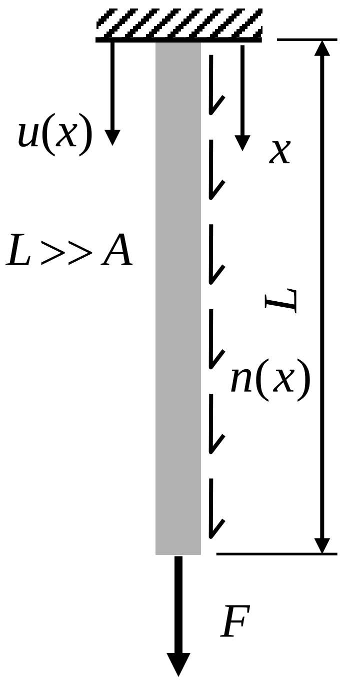
- osno obremenjeni konstrukcijski element
  - diferencialna enačba problema:

$$\frac{d}{dx}\left(E\,A(x)\,\frac{du}{dx}\right) = -n(x)$$

  - prevedba diferencialne enačbe v integralsko enačbo

$$\frac{d}{dx}\left(E\,A(x)\,\frac{du}{dx}\right) + n(x) = 0$$

$$\int_0^L \left[\frac{d}{dx}\left(E\,A(x)\,\frac{du}{dx}\right) + n(x)\right] v(x)\;dx = 0$$



• prevedba osnovne integralske enačbe v šibko obliko integralske enačbe:

osnovna integralska enačba

$$\int_0^L \left[\frac{d}{dx}\left(E\,A(x)\,\frac{du}{dx}\right)\right] v(x)\,dx = -\int_0^L n(x)\,v(x)\,dx$$

s *per partes* integracijo leve strani osnovne integralske enačbe dobimo šibko obliko integralske enačbe

$$\int_0^L \left(E\,A(x)\,\frac{du}{dx}\right)\left(\frac{dv}{dx}\right) dx =$$

$$= E\,A(L)\frac{du}{dx}(L)\;v(L) - E\,A(0)\frac{du}{dx}(0)\;v(0) + \int_0^L n(x)\,v(x)\,dx =$$

$$= N(L)\,v(L) - N(0)\,v(0) + \int_0^L n(x)\,v(x)\,dx$$

• prevedba šibke oblike integralske enačbe v inverzno obliko integralske enačbe:

šibka oblika integralske enačbe

$$\int_0^L \left(E\,A(x)\,\frac{du}{dx} \right)\left(\frac{dv}{dx} \right) dx = N(L)\,v(L) - N(0)\,v(0) + \int_0^L n(x)\,v(x)\,dx$$

s *per partes* integracijo leve strani šibke oblike integralske enačbe dobimo *inverzno obliko* integralske enačbe

$$\int_0^L \left(E\,A(x)\;u(x) \right)\left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right) dx =$$

$$= -u(L)\;E\,A(L)\;\frac{dv}{dx}(L) + u(0)\;E\,A(0)\;\frac{dv}{dx}(0) +$$

$$+ N(L)\;v(L) - N(0)\;v(0) + \int_0^L n(x)\,v(x)\,dx$$

➢Numerični model

- značilnosti aproksimativnega reševanja z **MRE**:
  - predností:
    - reševanje območnega problema prevedemo na iskanje neznanih veličin na ograji območja
    - zelo primerna za reševanje potencialnih problemov (gravitacijski potencial, ustaljeni prevod toplote, električni potencial)
    - uporabna za reševanje fizikalnih problemov, ki niso prostorsko omejeni
  - slabosti:
    - reševanje polnega sistema enačb
    - dodatni izračun vrednosti v obravnavanem območju

OSNOVE MKE

➢Koraki pri reševanju z MKE:

1) poenostavitev geometrijskega modela

2) izbira oblike KE in priprava mreže KE

3) določitev fizikalnih lastnosti materiala

4) določitev geometrijskih lastnosti KE

5) določitev začetnih, robnih in obremenitvenih pogojev

6) reševanje sistema enačb

7) prikaz in analiza rezultatov

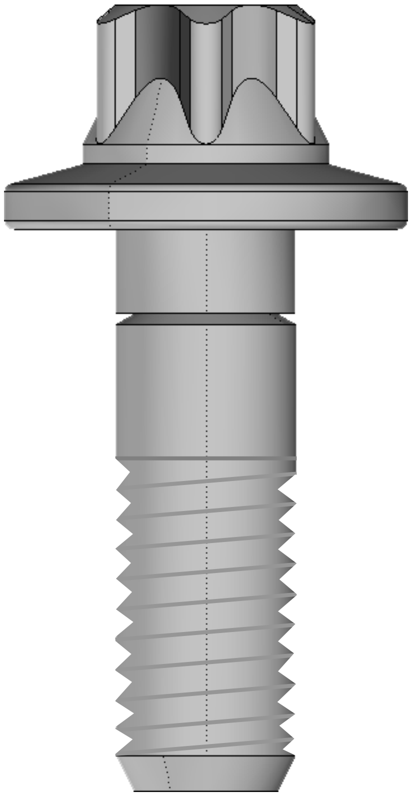
➢Koraki pri reševanju z MKE

1) poenostavitev geometrijskega modela:

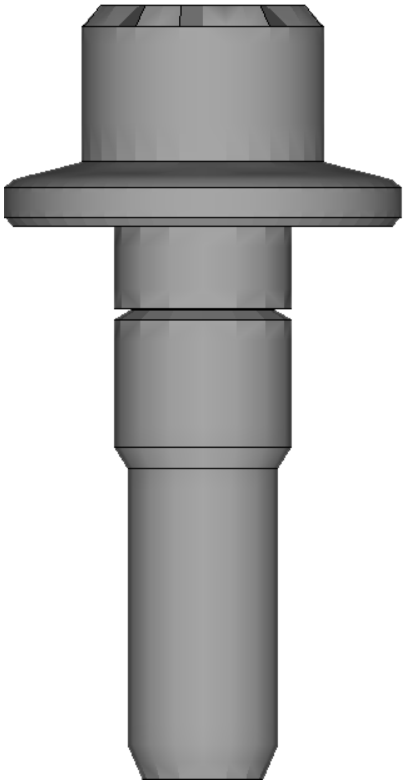
- detajle, ki bistveno ne vplivajo na rezultate analize, odstranimo iz geometrijskega modela
- v splošnem so vsi konstrukcijski elementi volumski – pod določenimi pogoji lahko prostorski geometrijski model nadomestimo s ploskovnim ali celo linijskim geometrijskim modelom

1) poenostavitev geometrijskega modela:

• izhodiščna geometrija

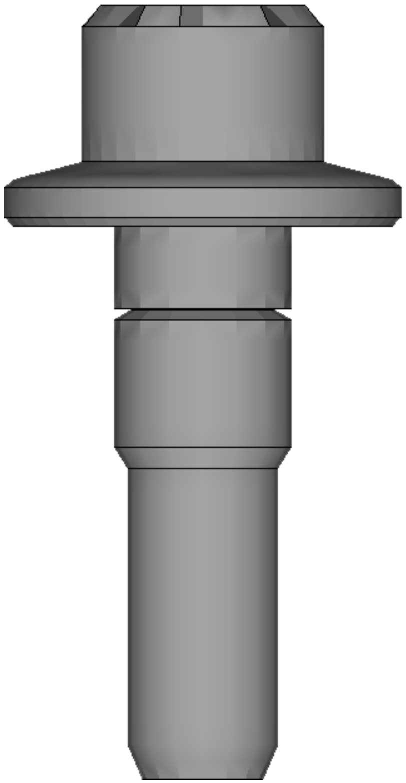


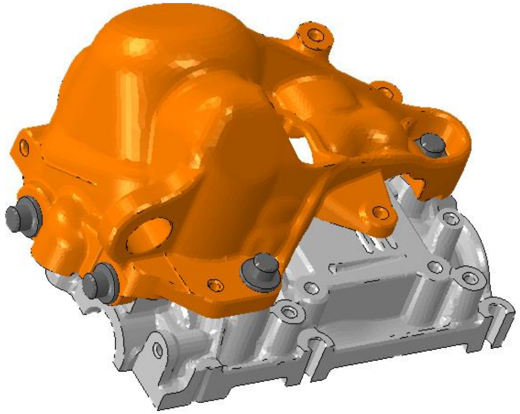
• poenostavljena geometrija

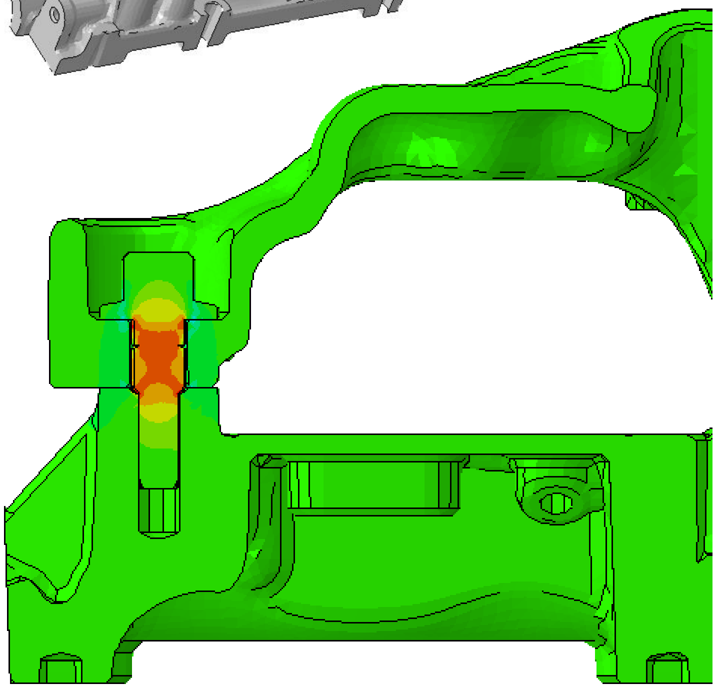


1) poenostavitev geometrijskega modela:

• poenostavljena geometrija

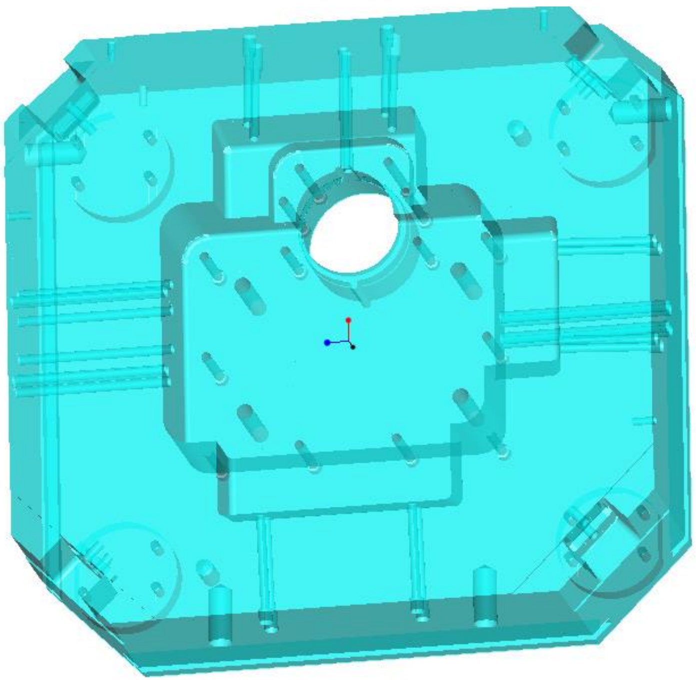




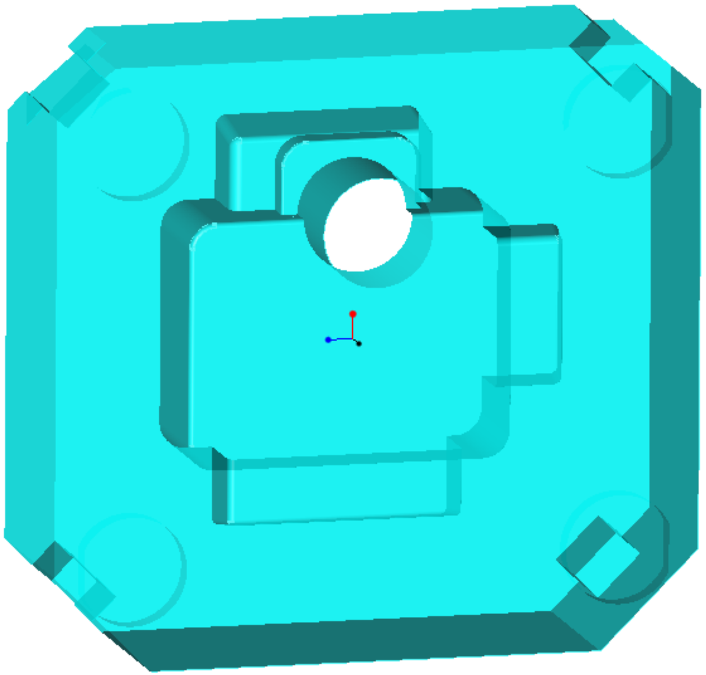


1) poenostavitev geometrijskega modela:

• izhodiščna geometrija

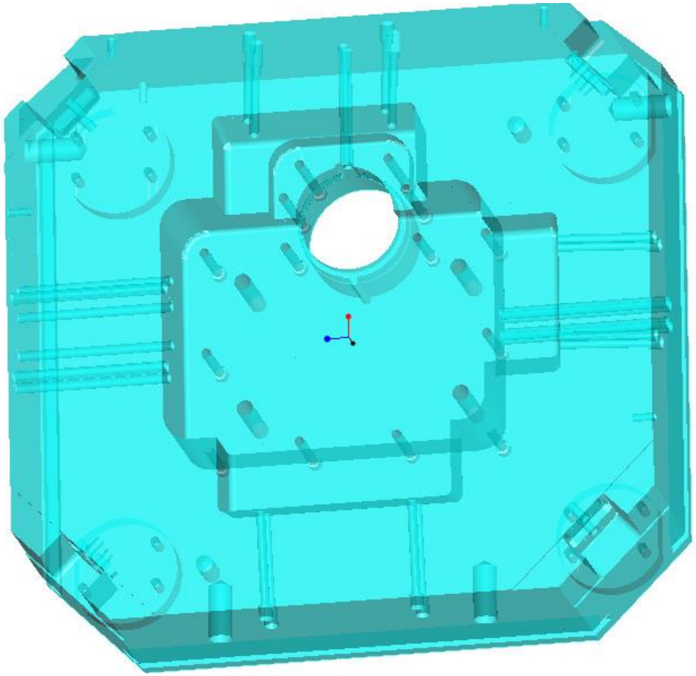


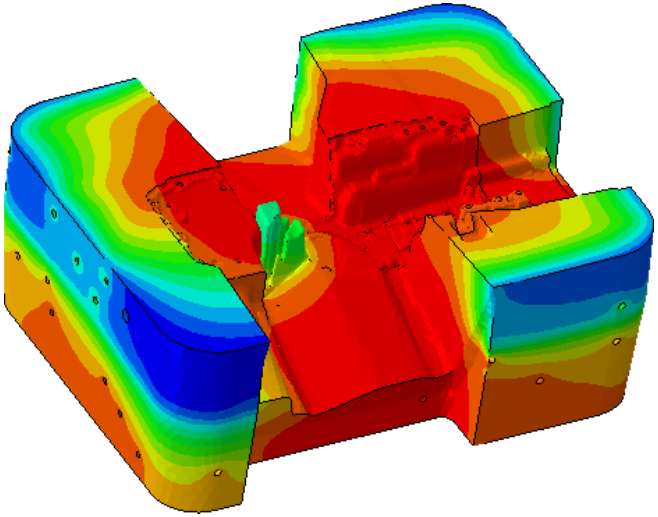
• poenostavljena geometrija

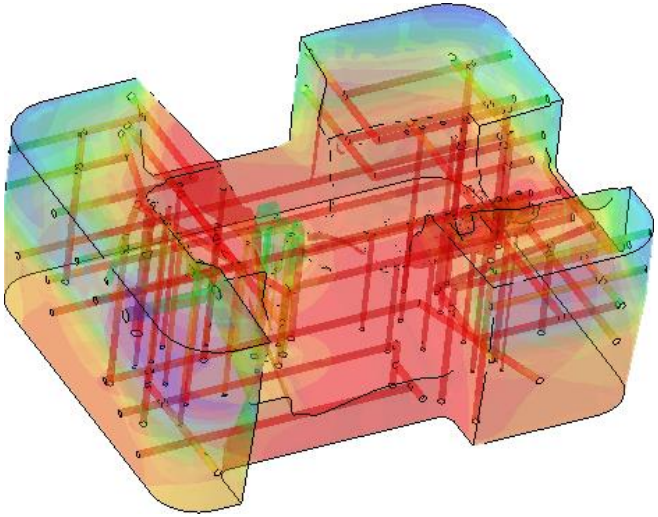


1) poenostavitev geometrijskega modela:

• izhodiščna geometrija

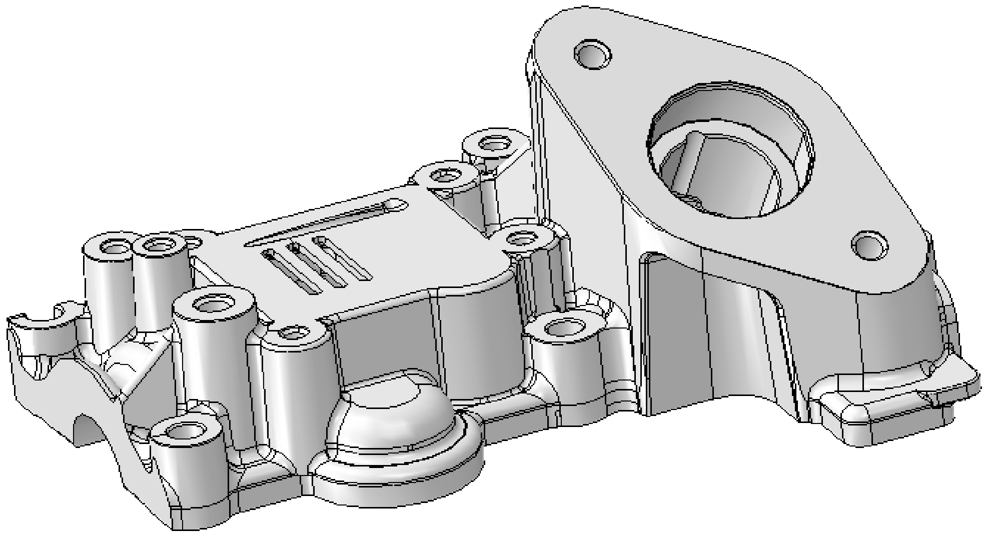




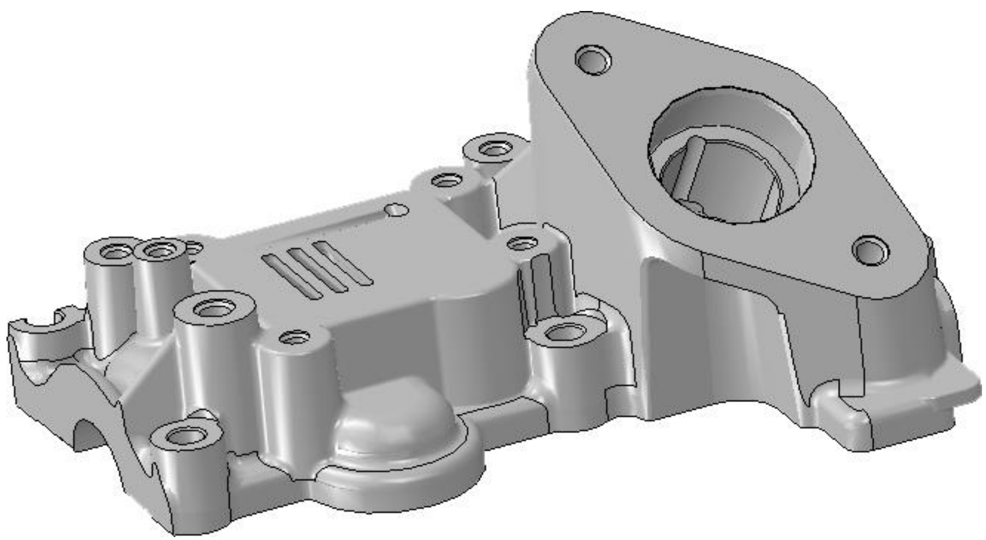


1) poenostavitev geometrijskega modela:

• izhodiščna geometrija



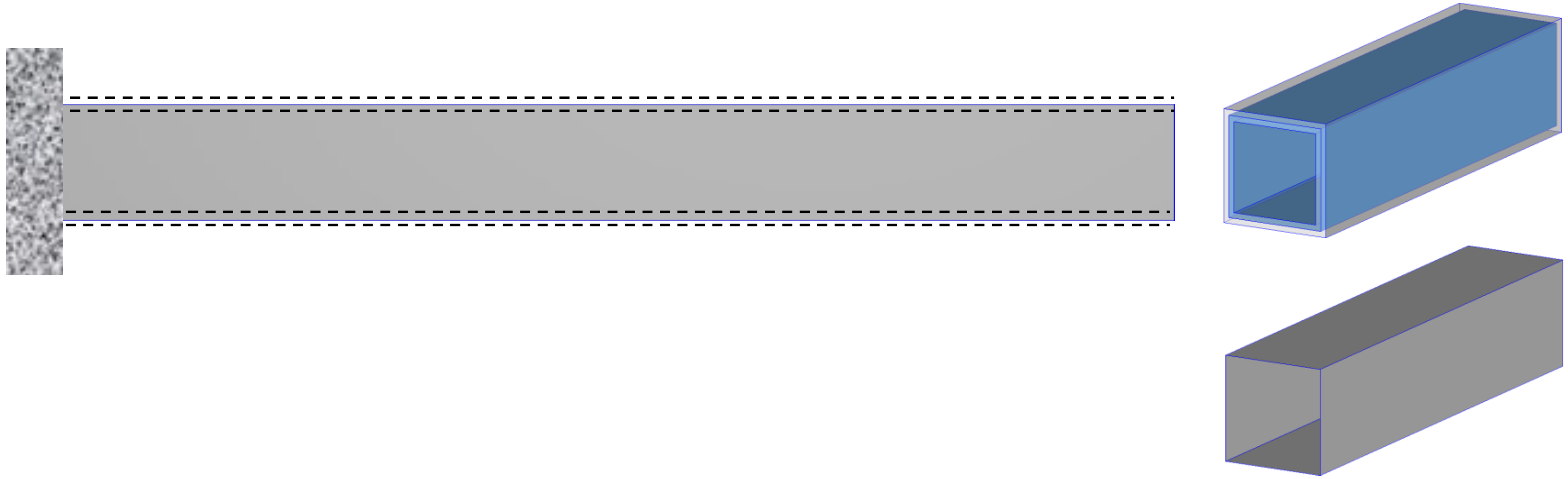
• poenostavljena geometrija



1) poenostavitev geometrijskega modela:

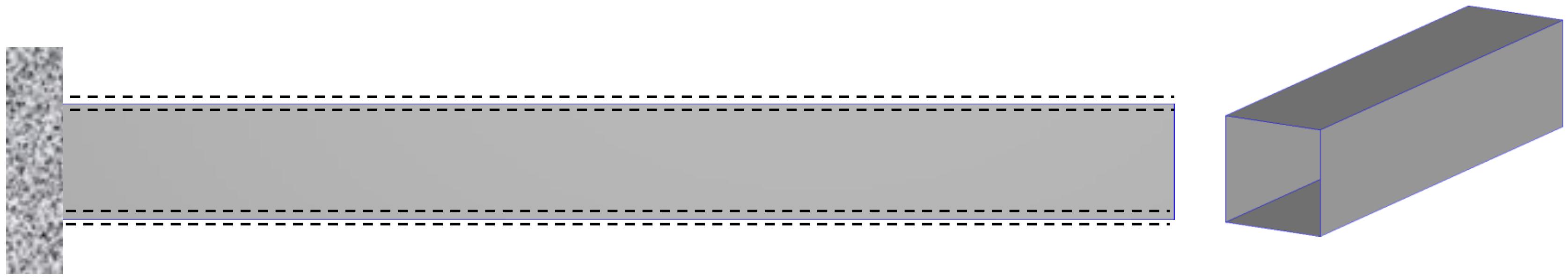
• volumski geometrijski model

• ploskovni geometrijski model

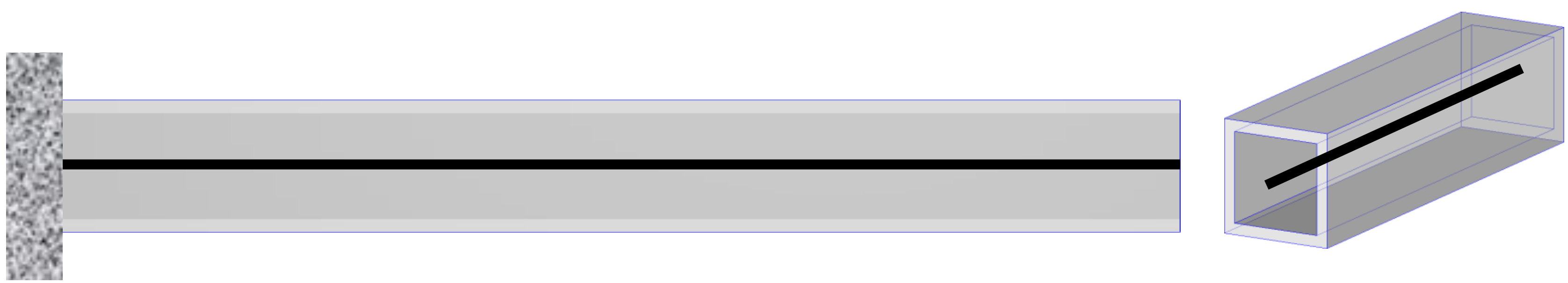


1) poenostavitev geometrijskega modela:

• ploskovni geometrijski model

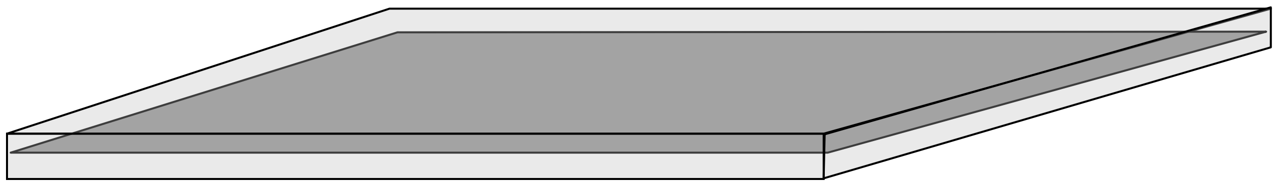


• linijski geometrijski model



1) poenostavitev geometrijskega modela:

• ploskovni geometrijski model pločevine

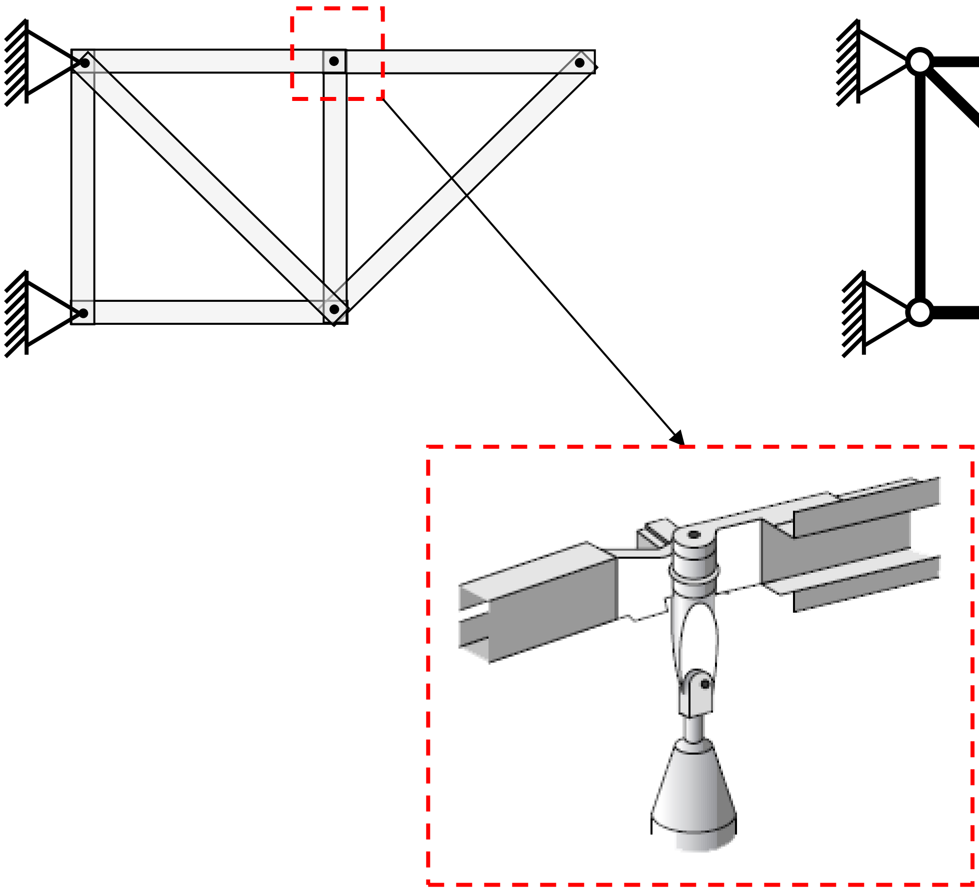


• preoblikovanje pločevine

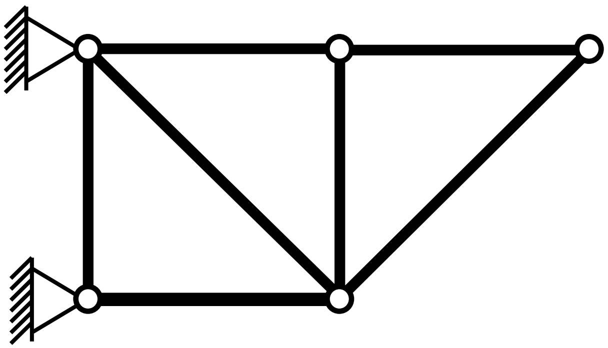
1) poenostavitev geometrijskega modela:

• palična konstrukcija - linijski geometrijski model konstrukcijskega elementa

• volumski geometrijski model



• linijski geometrijski model



➢Koraki pri reševanju z MKE:

2) izbira geometrijske oblike KE in priprava mreže KE:

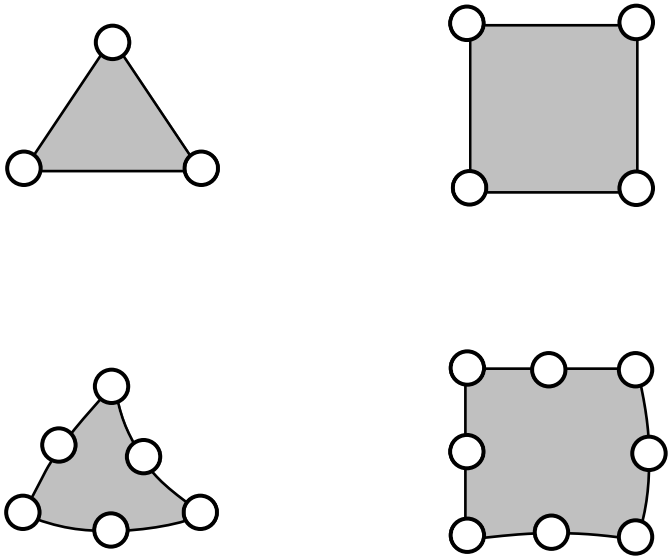
- geometrijske oblike končnih elementov:
  - 1D KE
  - 2D KE
  - 3D KE
- načini mreženja:
  - prosto mreženje (free meshing)
  - struktuirano mreženje (structured meshing)

2) izbira geometrijske oblike KE:

- 1D KE

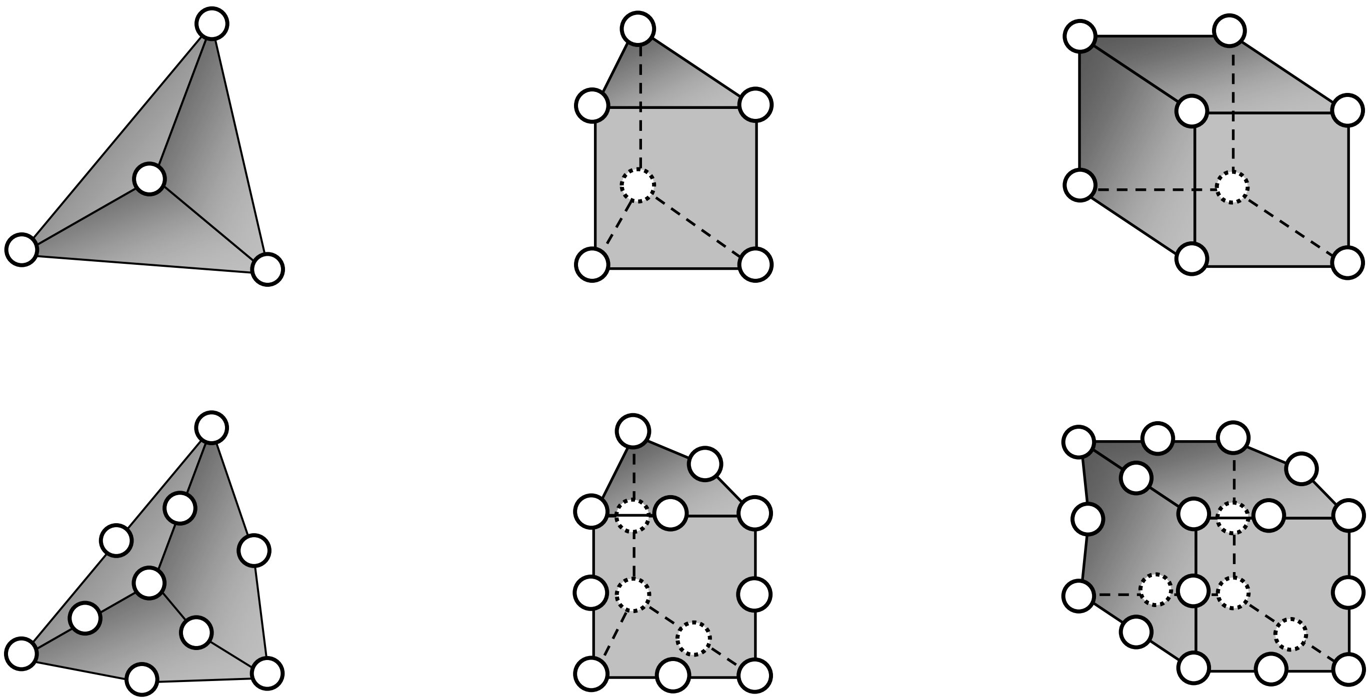
2) izbira geometrijske oblike KE:

- 2D KE



2) izbira geometrijske oblike KE:

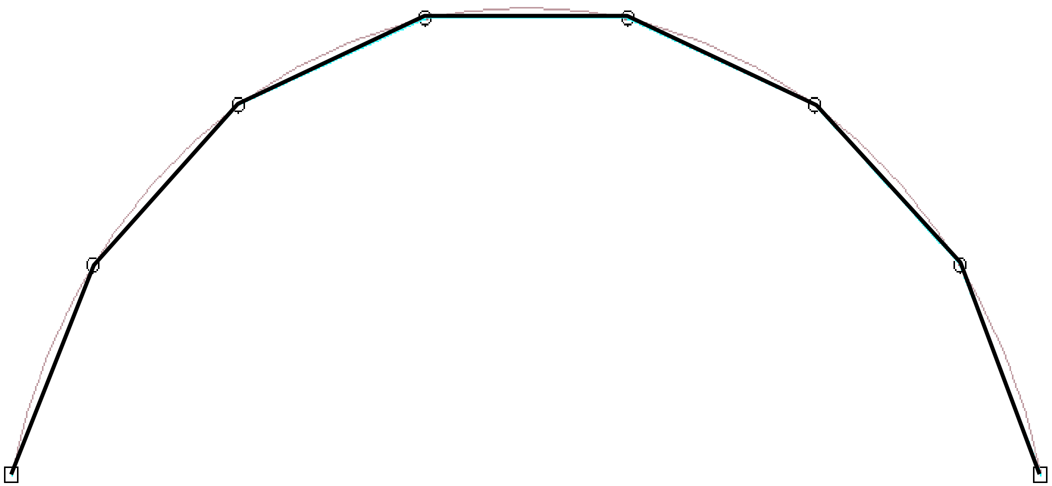
- 3D KE



2) priprava mreže KE:

- način mreženja: prosto mreženje

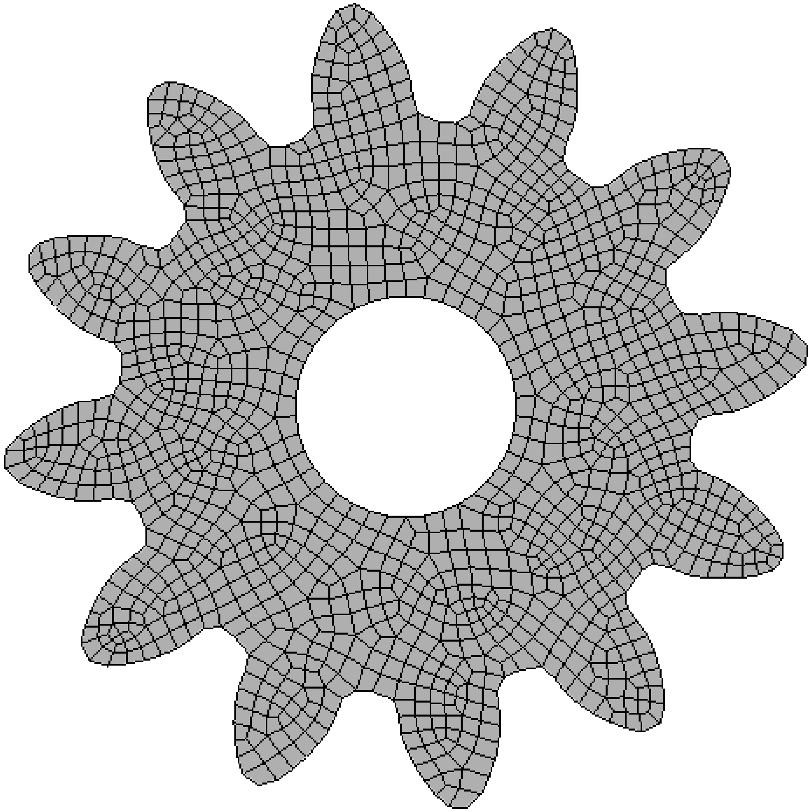
mreženje krivulje

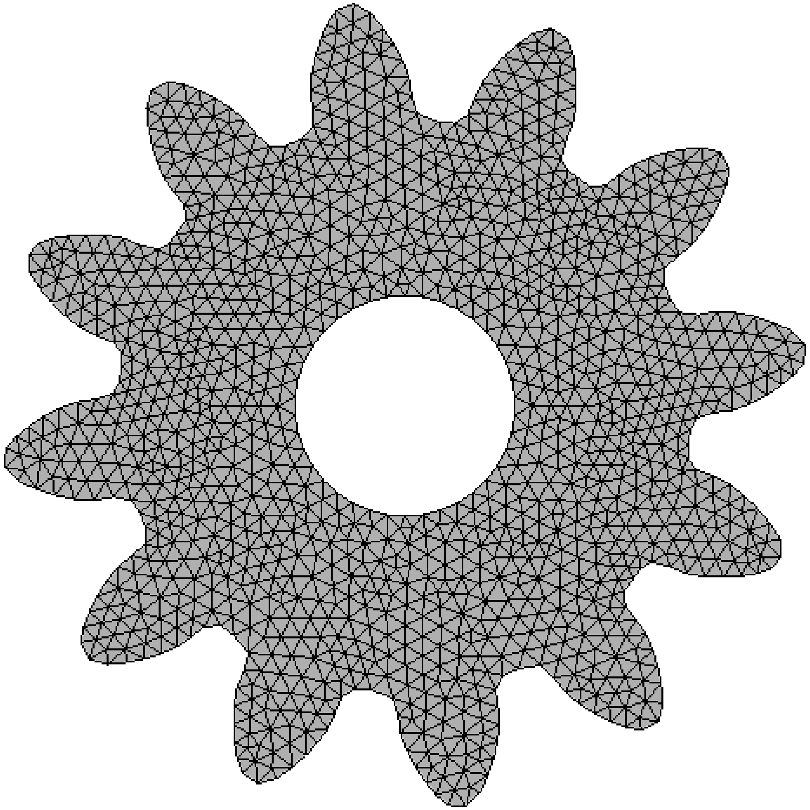


2) priprava mreže KE:

- način mreženja: prosto mreženje

mreženje ploskve

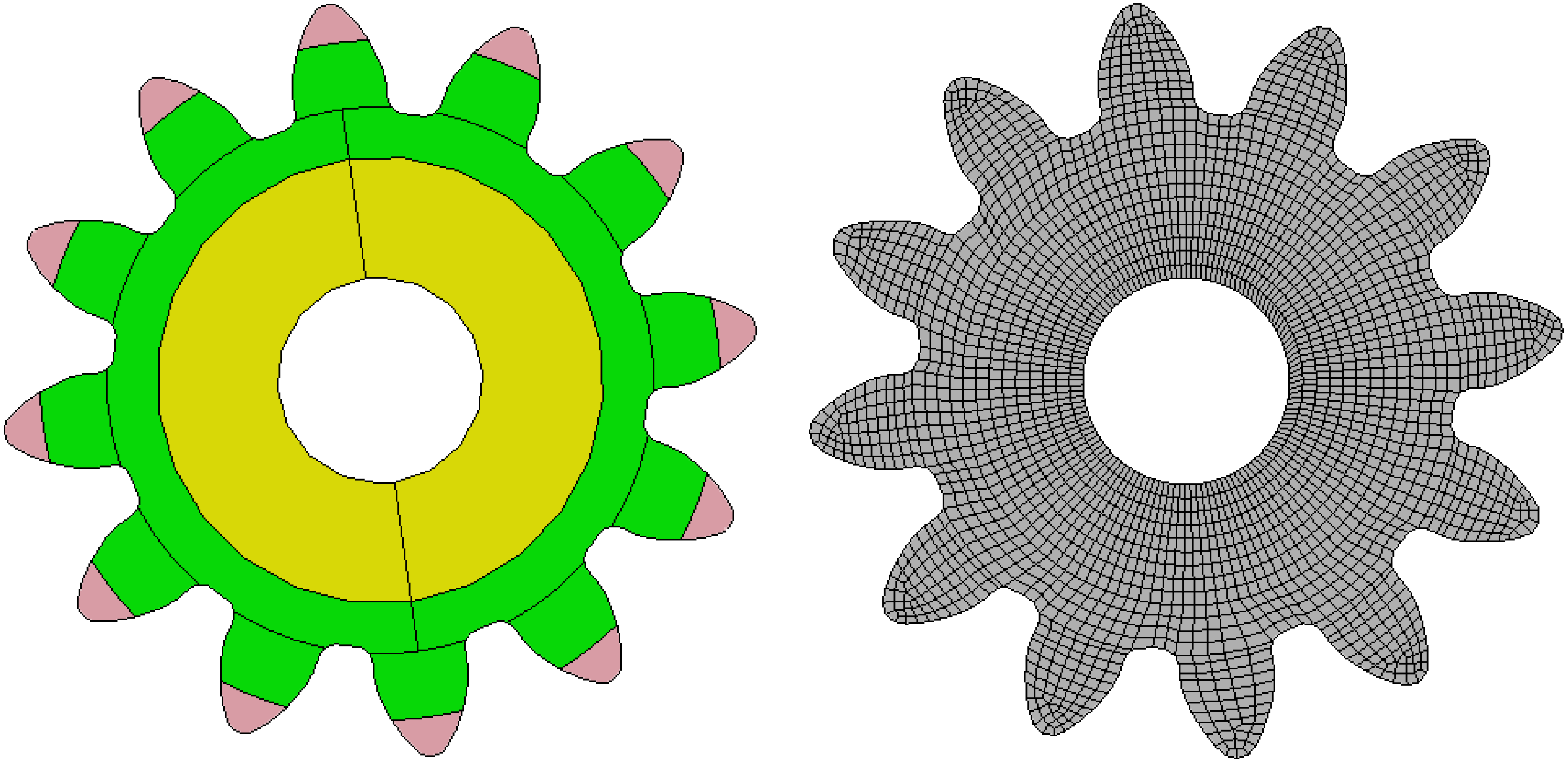




2) priprava mreže KE:

- načini mreženja: <u>struktuirano mreženje</u>

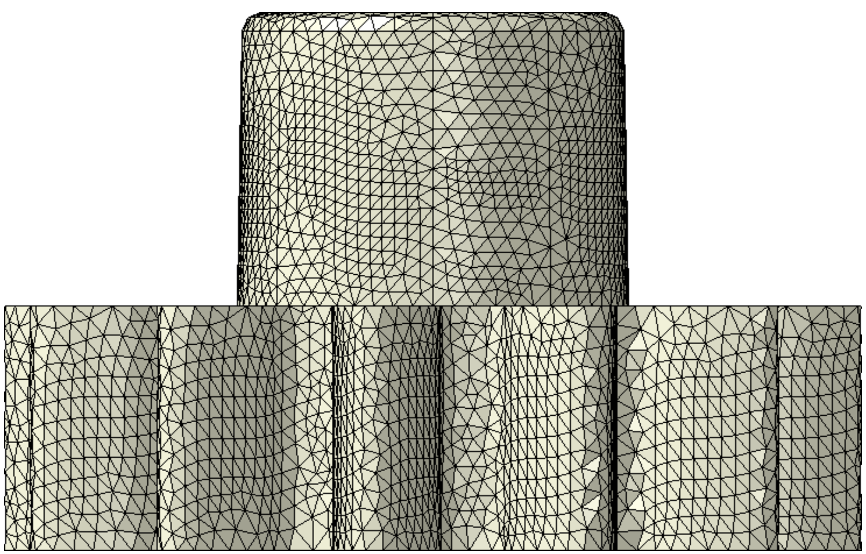
mreženje ploskve

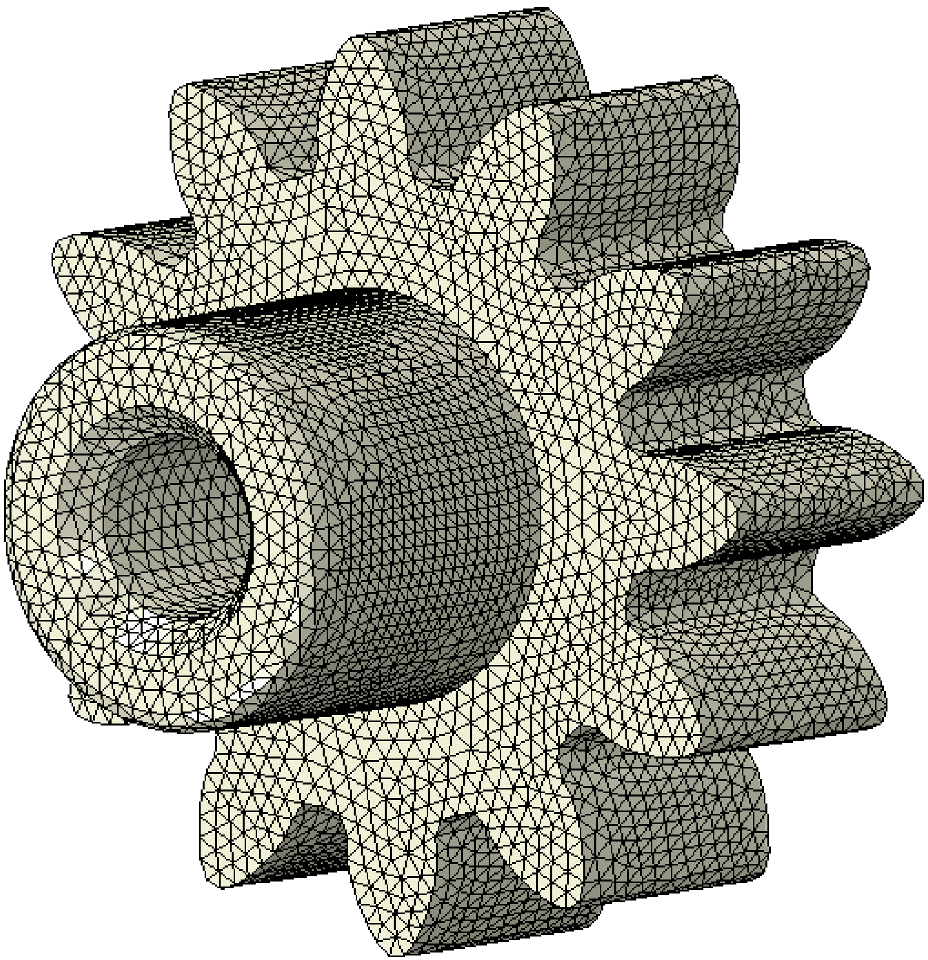


2) priprava mreže KE:

- načini mreženja: prosto mreženje

mreženje volumna

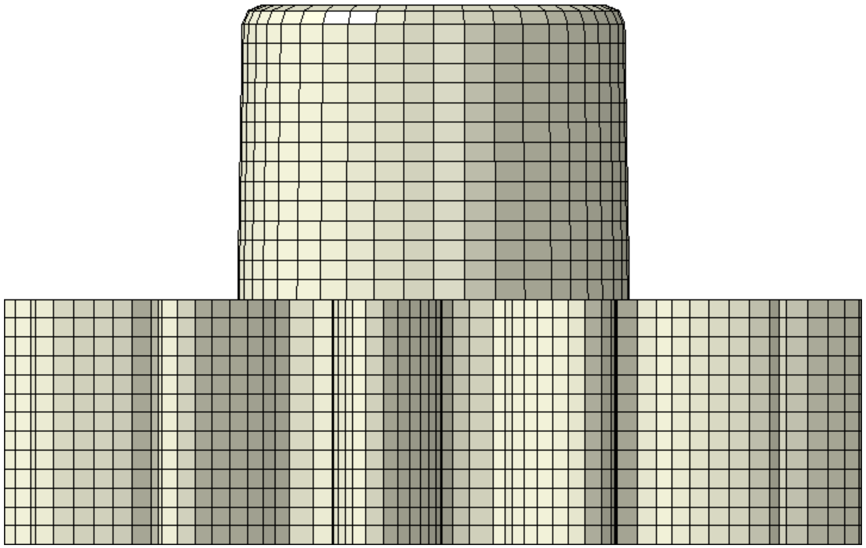


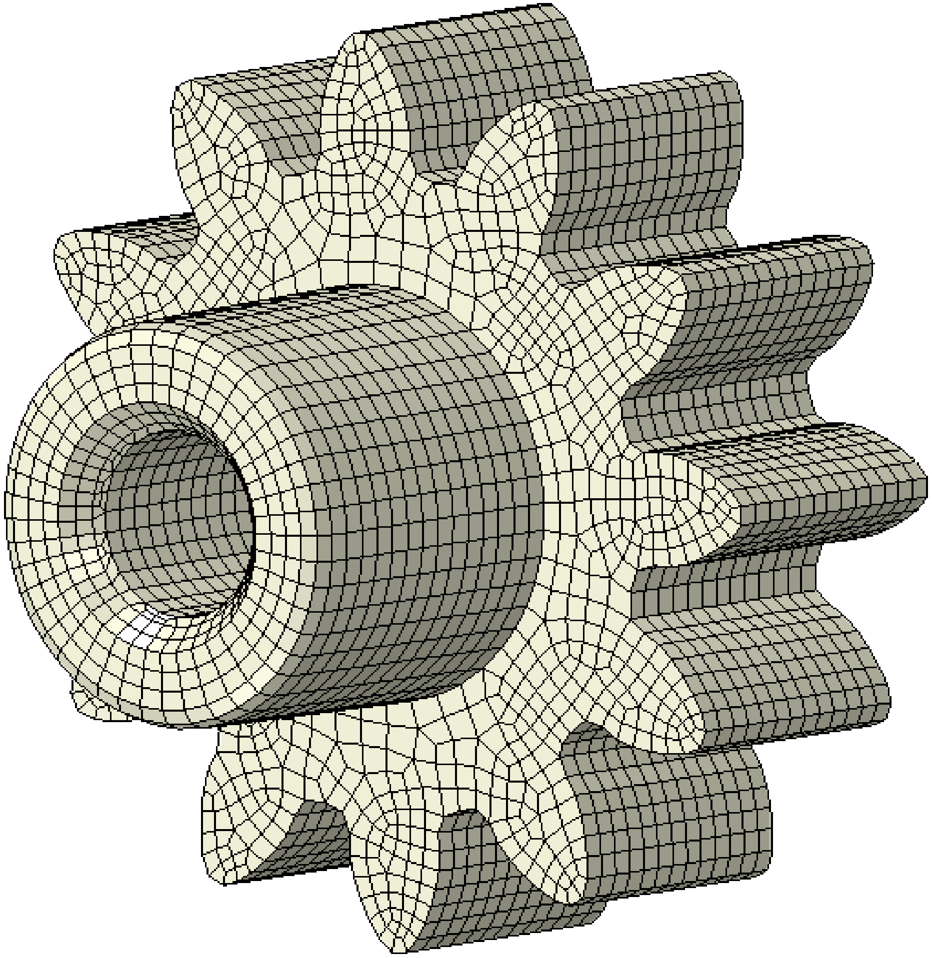


2) priprava mreže KE:

- načini mreženja: <u>struktuirano mreženje</u>

mreženje volumna

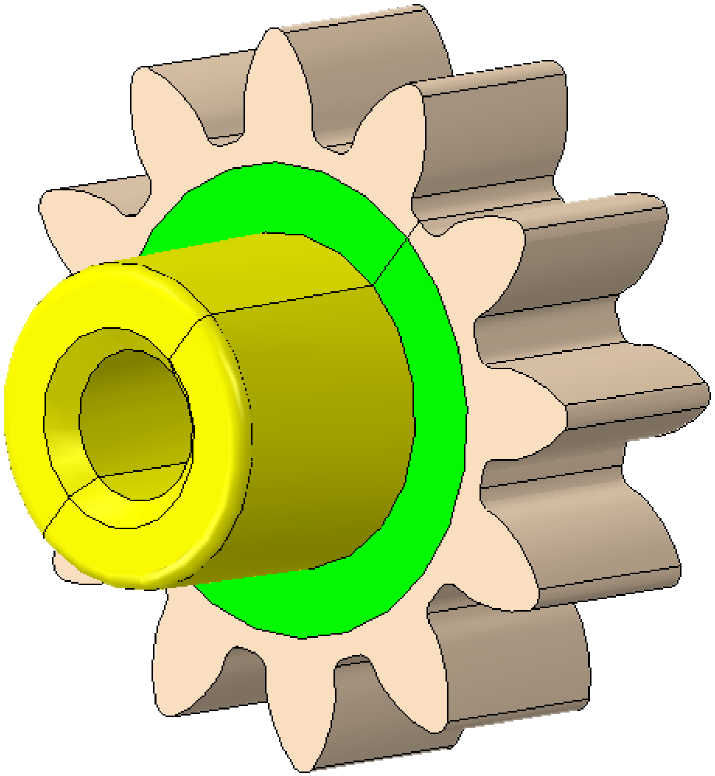


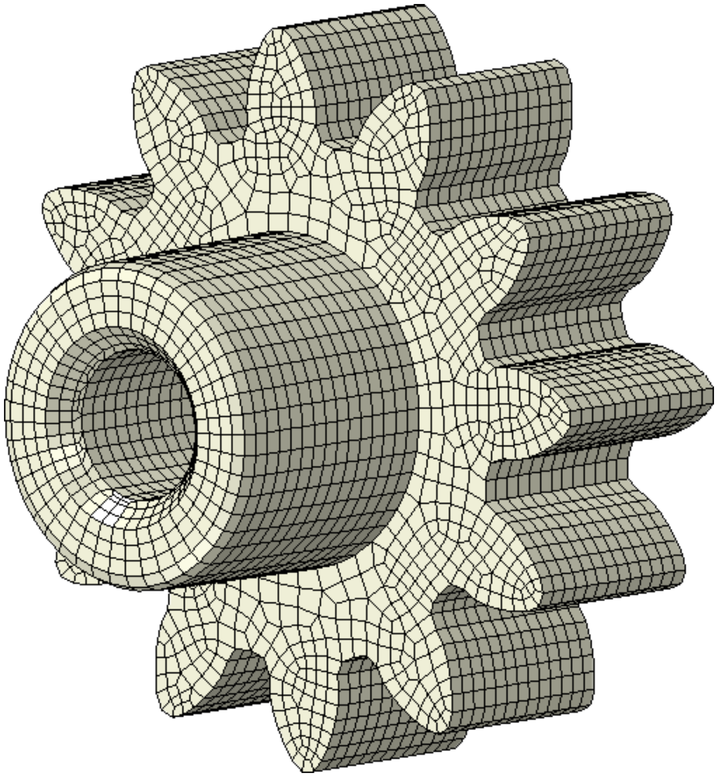


2) priprava mreže KE:

- načini mreženja: <u>struktuirano mreženje</u>

mreženje volumna





2) priprava mreže 2D KE:

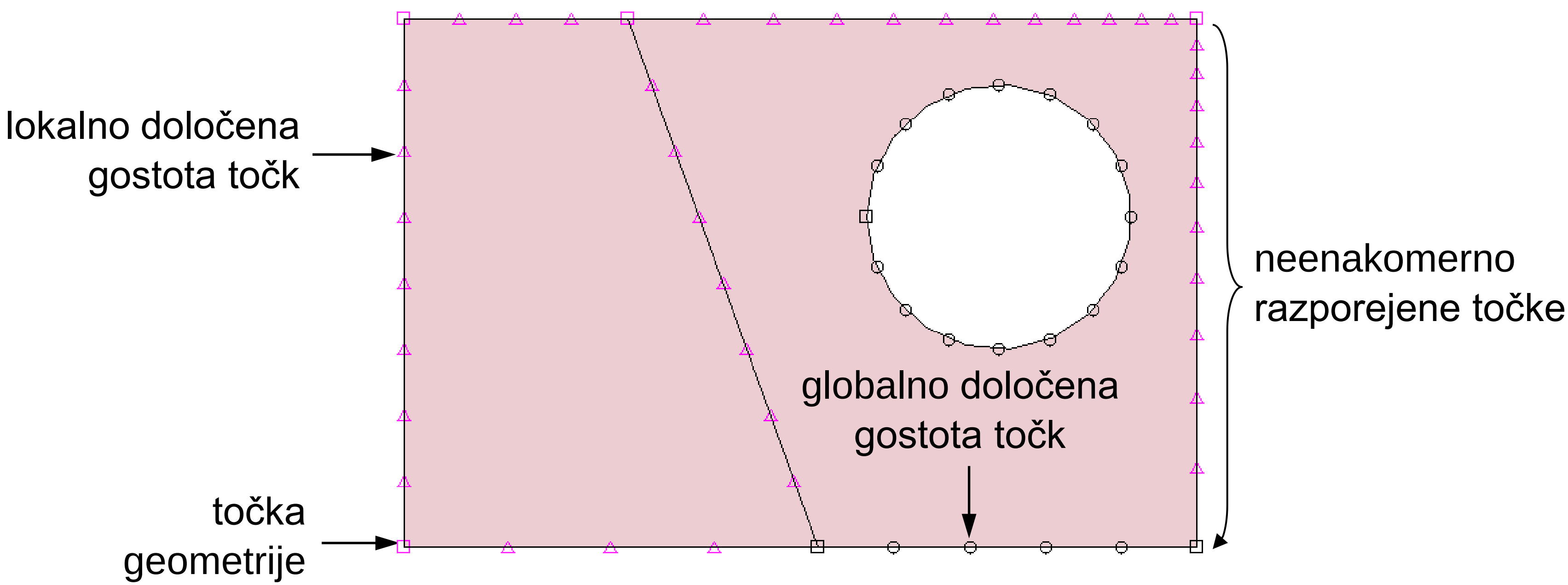
- prosto mreženje ploskve:
  - način prostega mreženja omogoča mreženje zahtevnih oblik
  - prosto mreženje območja lahko izvedemo:
    - z uporabo trikotnih KE
    - z uporabo štirikotnih KE
    - z uporabo trikotnih in štirikotnih KE
  - če območje mreženja določajo štiri krivulje, potem je možno tako območje prosto mrežiti na urejen način (mapped meshing)
  - na gostoto mreže KE lahko vplivamo preko gostote točk na ograji mreženega območja (seed)
  - topologija točk na ograji mreženega območja mora zagotoviti ustrezen popis neravnih odsekov ograje (curvature control)

2) priprava mreže 2D KE:

- zaporedje korakov pri <u>prostem mreženju</u> ploskve:

  a) določitev gostote točk na ograji območja:

  - točke, ki so del geometrije, so nepremične
  - generirane točke so lahko po delu ograje razporejene enakomerno ali neenakomerno (bias seeding)



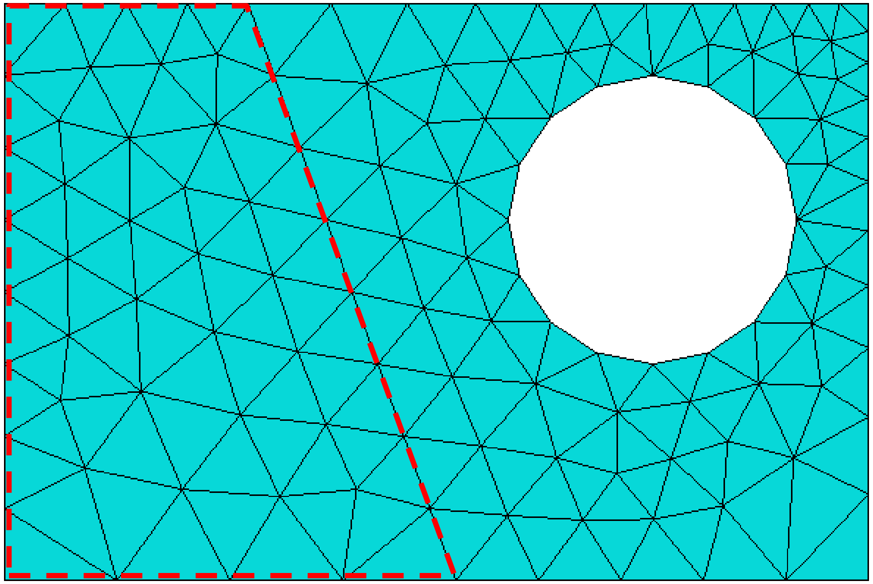
2) priprava mreže 2D KE:

- zaporedje korakov pri prostem mreženje ploskve:

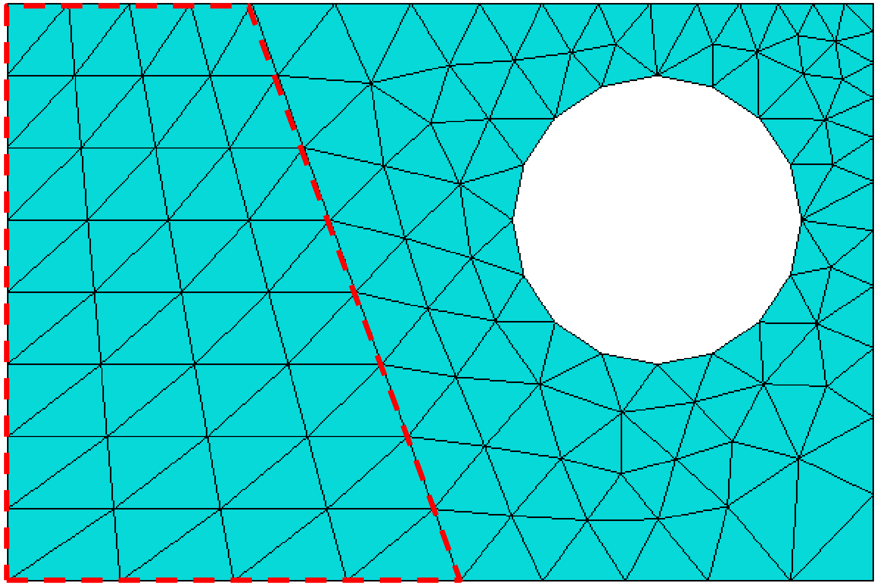
b) izbira oblike geometrije KE:

- trikotnik – mreženje s trikotnimi KE je vedno izvedljivo

prosto mreženje



prosto mreženje na delno urejen način



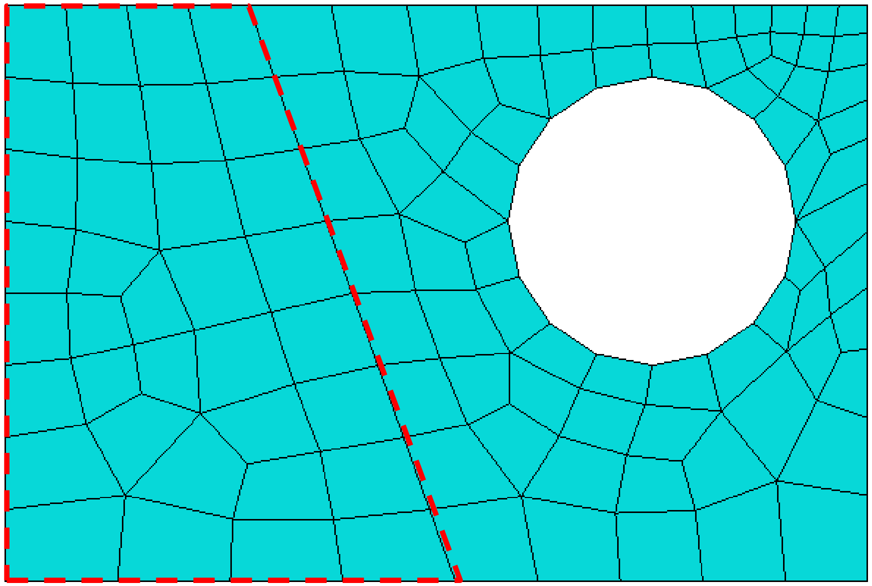
2) priprava mreže 2D KE:

- zaporedje korakov pri prostem mreženje ploskve:

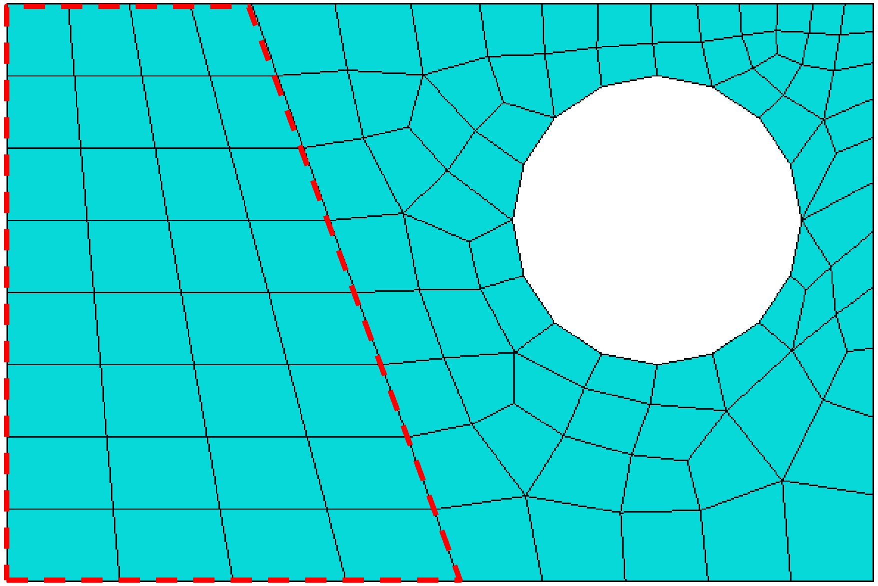
  b) izbira oblike geometrije KE:

  - štirikotnik – mreženje s štirikotnimi KE ni vedno izvedljivo

prosto mreženje



prosto mreženje na delno urejen način



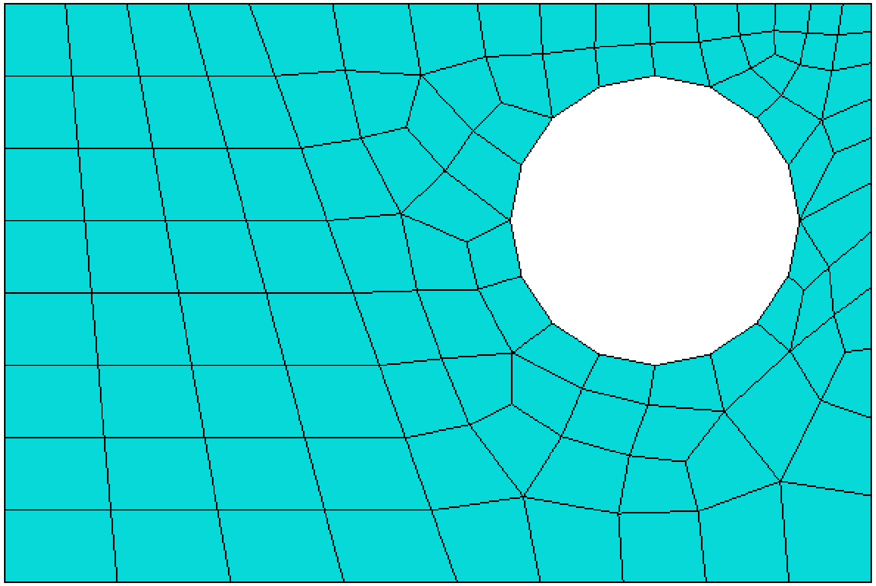
2) priprava mreže 2D KE:

- zaporedje korakov pri prostem mreženje ploskve:

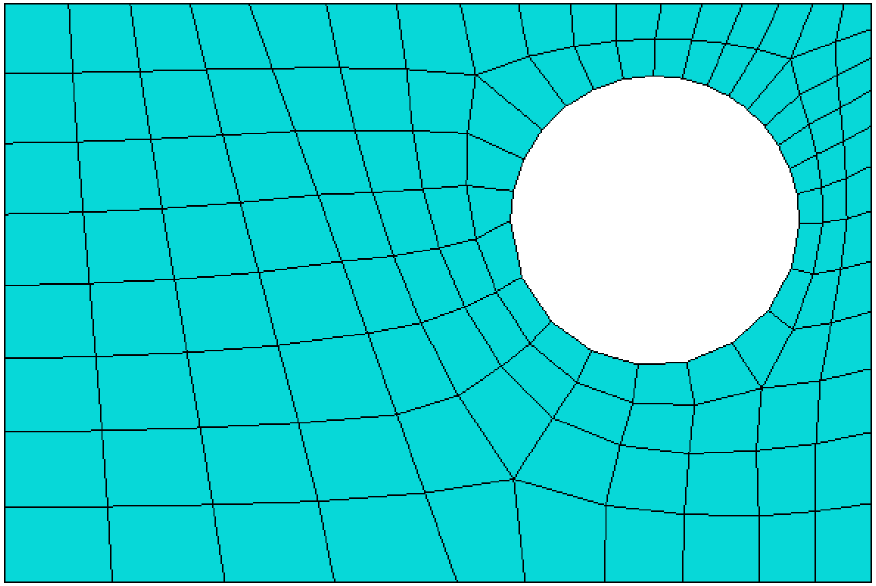
b) izbira oblike geometrije KE:

- štirikotnik

prosto mreženje na delno urejen način



prosto mreženje na urejen način



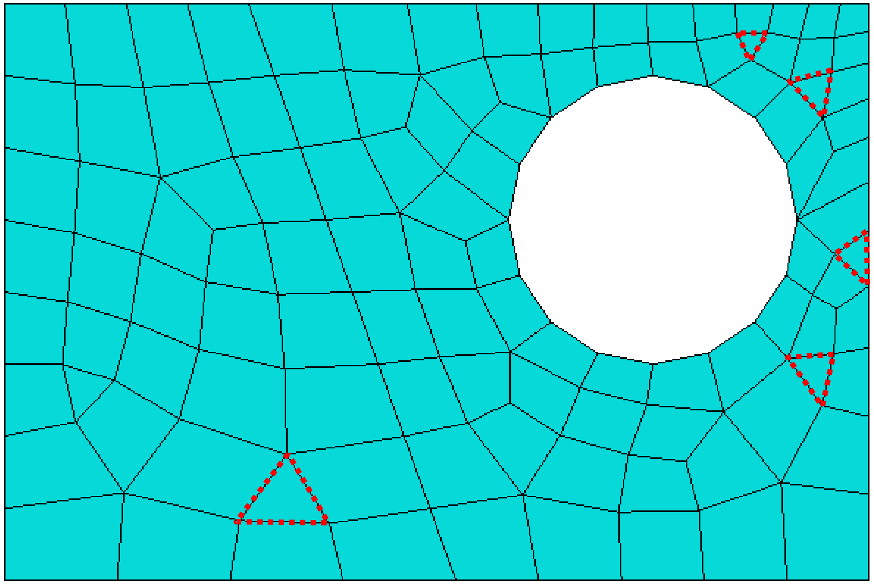
2) priprava mreže 2D KE:

- zaporedje korakov pri <u>prostem mreženje</u> ploskve:

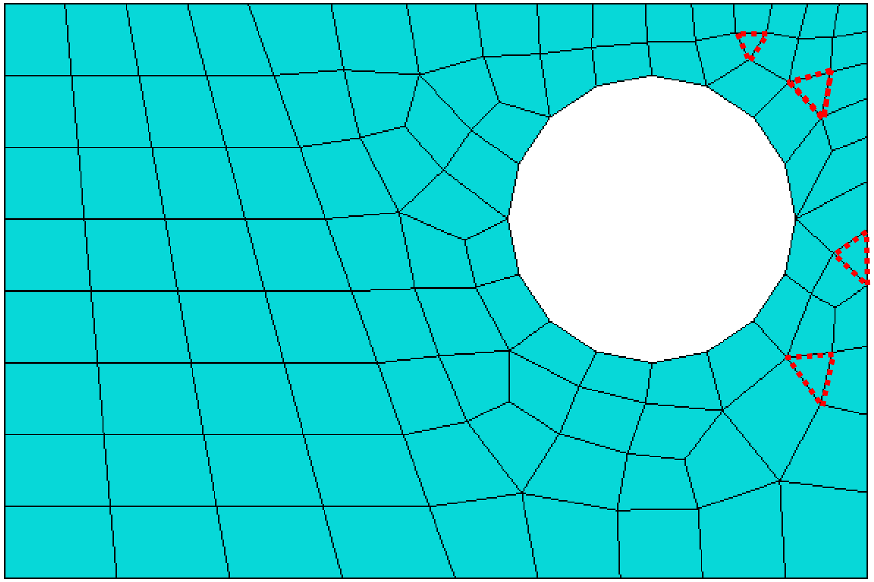
  b) izbira oblike geometrije KE:

  - <u>štirikotnik in trikotnik</u> – mreženje območja predvsem s štirikotnimi KE, s trikotnimi KE pa samo izjemoma, je vedno izvedljivo

prosto mreženje



prosto mreženje na delno urejen način



2) priprava mreže 2D KE:

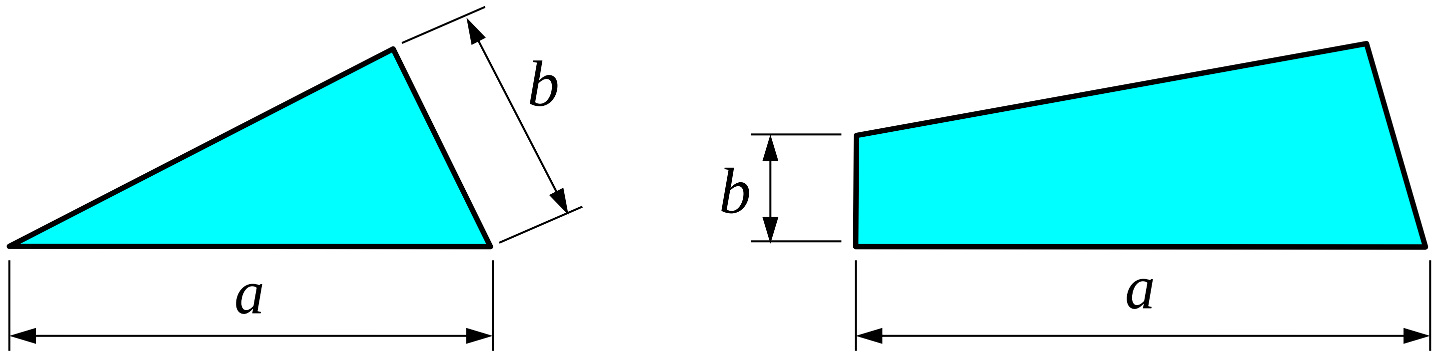
- kontrola kvalitete ploskovne mreže KE:
    - razmerje med najdaljšo in najkrajšo stranico KE
    - največji in najmanjši notranji kot trikotnega ali štirikotnega KE
    - oblikovni faktor se računa samo za trikotni KE
    - odstopanje stranice KE od geometrije mreženega območja

2) priprava mreže 2D KE:

- kontrola kvalitete ploskovne mreže KE:
  - razmerje med najdaljšo in najkrajšo stranico KE:

$$1 \leq f_{\mathrm{r}} = \frac{a}{b} \leq \infty \ , \ a \geq b$$

$$f_{\mathrm{rmax}} \leq 5$$



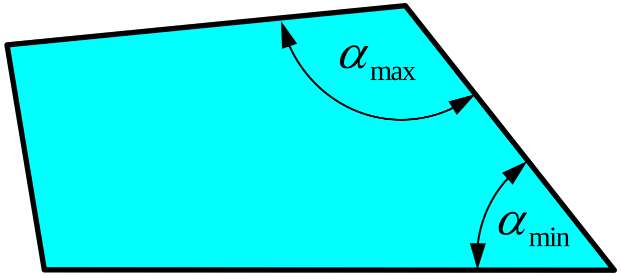
2) priprava mreže 2D KE:

- kontrola kvalitete ploskovne mreže KE:
  - največji in najmanjši notranji kot trikotnega ali štirikotnega KE:

$$0^\circ \le \alpha \le 180^\circ$$

$$45^\circ \le \alpha_{\mathrm{min}}$$

$$\alpha_{\mathrm{max}} \le 135^\circ$$

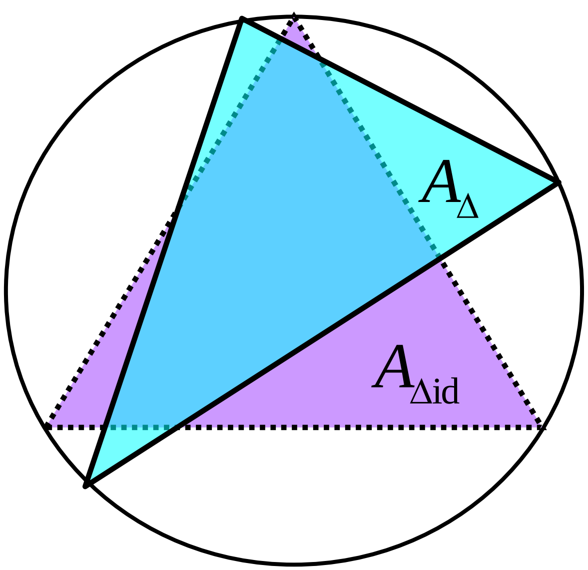


2) priprava mreže 2D KE:

- kontrola kvalitete ploskovne mreže KE:
  - oblikovni faktor se računa samo za trikotni KE:

$$1 \geq f_{\Delta} = \frac{A_{\Delta}}{A_{\Delta \mathrm{id}}} \geq 0$$

$$f_{\Delta \min} \geq 0.5$$



2) priprava mreže 2D KE:

- kontrola kvalitete ploskovne mreže KE:
  - odstopanje stranice KE od geometrije mreženega območja:

$$0 \leq f_g = \frac{h}{L} \leq \infty$$

$$f_{g\max} \leq 0.1$$